

モアレ法によるひずみの測定

段 野 勝^{*}・滝 本 真 生^{*}・西 田 常 夫^{**}

A Strain Measurement by Moiré Method

Masaru DANNO, Masaki TAKIMOTO, Tsuneo NISHIDA

(Received Apr.15, 1969)

We describe a new technique based on Moiré method for the determine of surface strains. This measureing method is characterized by using concentric circles for a model and a master grid.

We could estimate, in this way, the direction and the magnitude of a principal strain. This method, however, is mainly useful in the region of considerable large strain, i.e., plastic strain, although the small strain might be measured by making the grid with a fine pich instead of larger one.

1 緒 言

二組の平行曲線群が小さな角度で交叉して重ね合わされると明暗のしま模様が生ずる。この平行曲線群の一組を被測定物にプリントし、これと全く同じ平行曲線群をこれに重ね合わせて観測すれば、測定物体のひずみに応じて明暗のしま模様に変化する。この様子から物体に生じたひずみを測定することができる。

モアレ法によるひずみ測定は古くから試みられているが、物体にはり付ける平行曲線群すなわち模型グリッドのプリントが困難であったり、線密度の高いグリッドが入手し難いなどの点から十分実用に供されるまでには至っていないようである。最近欧米においては2000 line/inch 程度のグリッドのシールを用いて簡単にプリントする方法や、資料表面に感光性塗料を塗り化学処理によってグリッドを刻記する方法などが開発されてきており¹⁾、熱応力問題の実験的解法に利用され^{2),3)}、それらの報告が発表されてきている。ここではこれらの研究を参考に、同心円グリッドを写真撮影によって縮小し、線密度を高めてこの写真のフィルム膜面を資料物体に接着剤を用いて転写し、これと同じフィルムを基準グリッドして主ひずみの大きさや方向を求める実験を試みた。

2 同心円グリッドによるひずみ測定

2組の同心円群をグリッドとして用いる場合は模型グリッドと基準グリッドは密度の同じものを用い、2つの円の中心を一致して置くものとする。一致して置かない場合には、中心のわずかなずれによって複雑なしま模様を生じ解析が困難になる。したがって2組の同心円群に関しては以下、すべて中心を一致させ、しかも中心を固定した場合を述べる。

いま物体にひずみが生ずると、物体の変形によってその上にはり付けられている模型グリッドは同じ中心線を持つた円群となる。これにさきに述べたように中心線を一致させて基準グリッドを重ね合わせると、主ひずみの方向を対称軸とするモアレしま模様が現われる。このしま模様に対応する主ひずみの大きさと方向との関係を理論的に求めてみよう。

x 軸方向に ϵ_2 , y 軸方向に ϵ_1 の主ひずみを生じたと仮定する。 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$ の場合は、模型グリッドは、ひずんでいないので、基準グリッドの円と模型グリッドの円は重なり合い、しま模様は現われず、一様に全体が明るくみえる。一般に基準グリッドは、任意の一つの円の半径を r とすれば

$$y^2 + x^2 = r^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

であらわされ、模型グリッドの任意の一つの円はひず

みにより, (2)で表わされるだ円に変形する。

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1 \quad \dots\dots\dots(2)$$

いま n を模型グリッドの中心から数えた同心だ円の数とし, p を基準グリッドまたは, 変形前の模型グリッドのピッチとする。ひずみによって模型グリッドの n 本目の円が(2)式のようなだ円となったものとする。この時, このだ円はひずみの大小に応じて n 番目の円との交点が各象限に一個づつ生ずる。またこのだ円は $n \pm 1$ 番目の円とも同様な交点を生じ, 同様に $n \pm 2$ $n \pm 3 \dots\dots n \pm j$ 番目の円とも交点ができる。このように考えると r, a, b などは(3)のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} r &= (n \pm j)p \\ a &= n(1 + \varepsilon_2) \quad pb = n(1 + \varepsilon_1)p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

このようにして交点を適当に結べば明いしまの軌跡ができる。この交点の座標は(1), (2), (3)式を考慮して, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ の二次の微小項を省略すれば,

$$\left. \begin{aligned} x &= \pm(1 + \varepsilon_2)p \sqrt{\frac{2n^2\varepsilon_1 + n^2\varepsilon_1^2 \pm 2nj - j^2}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}} \\ y &= \pm(1 + \varepsilon_1)p \sqrt{\frac{2n^2\varepsilon_2 + n^2\varepsilon_2^2 \pm 2nj - j^2}{2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

j の値は, 0 または正の整数で, x, y が実数となるように適当に選ぶものとする。

もう少し具体的に上式を使ってしまを求める方法を述べる。まず(4)式に $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ を任意に与え, $j = 0$ として n を順次変化させることにより, 1 本の軌跡が求まる。つぎに $j = 1, 2 \dots\dots$ の場合について同様に軌跡を求める。この操作は, x または y の値が虚数となるまでで行なえば, 与えられたひずみに対応するモアレしまの明線ができる。 $|\varepsilon| > 2$ の時は計算不能となるが, 小さいひずみの測定を目的としているので, $|\varepsilon| > 2$ の場合については割愛する。特別の場合として 2 つのひずみが異符号で $j = 0$ の時は, (4)式の x, y は n の一次式であらわされ, 中心を通る直線を示すこととなる。また同符号の時は, $j = 0$ での x, y は存在せず, したがって中心を通る直線も生じない。

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ ならば(3)式の a, b は

$$\left. \begin{aligned} a &= b = n(1 + \varepsilon)p = n(1 + \varepsilon_2)p \\ &= n(1 + \varepsilon)p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

となり(2)式は円の方程式となる。 y 軸上 (正域) では

$$y = n(1 + \varepsilon)p \quad \dots\dots\dots(6)$$

で表わされる点を通る円となる。また同様に基準グリッドは

$$y = (n \pm j)p \quad \dots\dots\dots(7)$$

で表わされる y 軸上の点を通る。基準グリッドと模型グリッドの円の y 軸上での交点は(6), (7)式より,

$$n(1 + \varepsilon)p = (n \pm j)p \quad \dots\dots\dots(8)$$

となり, $n\varepsilon = \pm j$ を満足する点を通る円が明いしまを与える。以上は, 明いしまの軌跡, すなわちモアレしまを描く方法と原理であるが, この方法で描くにはかなりの手数を要し, 種々の主ひずみ成分の大きさに対して生ずるモアレしま模様を求め, 応用面の可否を検討して行くことは労が多く, 効は少ないように考えられる。そこで実際の作図に当っては, 次のような簡便法によることとした。まず模型グリッドの任意の 1 本の円が主ひずみ ε_1 および ε_2 (ただし $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$) によって図 1 に示すようにだ円 A に変形したものとしよ

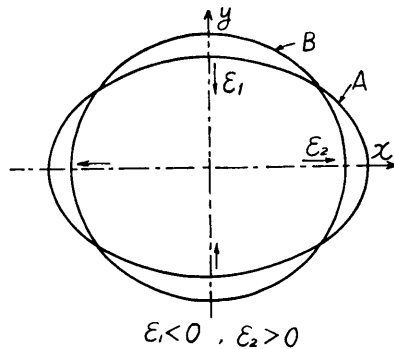


図 1

う。いま変形前の円を B とすれば, これが変形しただ円 A については, これを簡単に画くことができる。この場合元の円 B 上の各質点は, ひずみによって半径方向にハンチンをほどした量だけ変位したものと考えることができる。原点 0 を定点とするとだ円 A の B より内側にある部分は上記の変位成分だけ負のひずみを生じたものと考えられる。まただ円 A の B より外側にある部分は同様に正のひずみを生じたと考えられる。円 B より内側にある小さな円の変形については変位量は半径に比例するので上と同様に考えることができる。このようなだ円となった曲線と元の円の交点を考えて行けば, 与えられた主ひずみによって生ずるモアレの明線を順次画いて行くことができる。このような方法で画かれたモアレしまが正しいかどうかを調べるため(4)式を用いて画いたモアレしまの一例と, これと同じひずみ条件の下で上記方法を用いて画いた一例とを比較した。これらはよく一致していることが認められた。図 2 および図 3 は上記簡便法によって種々の主ひずみが与えられた場合のモアレ模様を画いたもので, 前者は 2 つのひずみが異符号の場合であり, 後者は同符号の場合である。

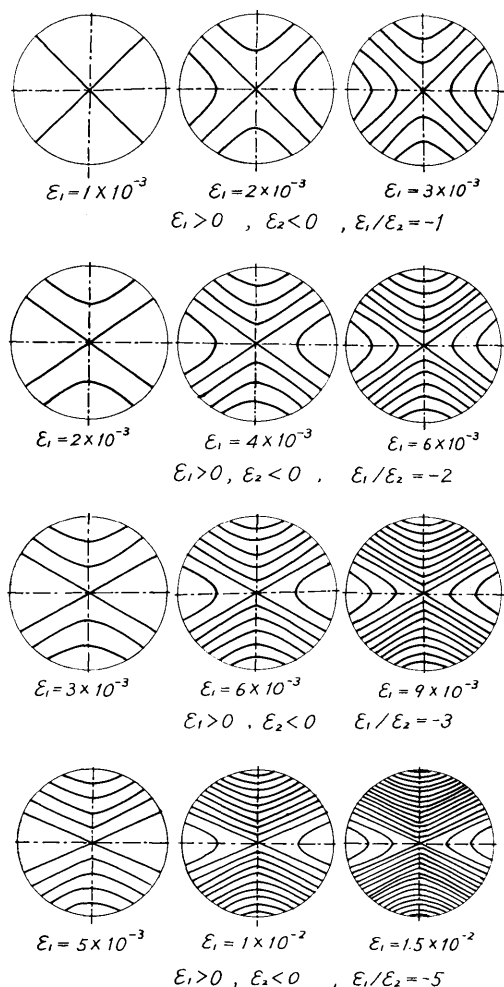
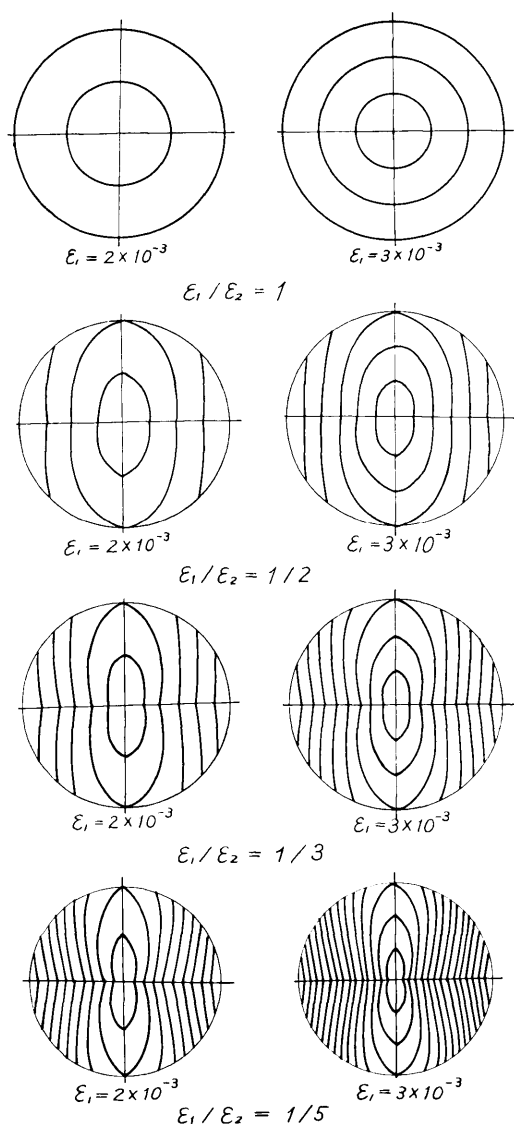


図2 モアレしま模様とひずみの関係

3 ひずみの定量的決定法

まず主ひずみの方向については前述のようにしま模様の対称性からその方向を判断することができる。 ϵ_1 および ϵ_2 が同符号であるか、異符号であるかは、中心を通る直線の明るいしまを生ずるか否かにある。すなわちこの直線が観察されれば異符号、なければ同符号である。しかし、正の同符号であるか負の同符号であるかは、しまの移動を調べなければわからない。この時はしまが半径方向に移動すれば、ひずみは負、逆ならば正である。

異符号の場合、中心を通る明るいしまと、主ひずみ方向とのなす角を θ 、この直線上の一点の座標を (x, y) とすれば、(4)式から中心を通る明るいしまは $j = 0$ とおき、

図3 モアレしま模様とひずみの関係 ($\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$)

$$\left. \begin{aligned} x &= \pm (1 + \epsilon_2) p \sqrt{\frac{(2 + \epsilon_1) n^2 \epsilon_1}{2(\epsilon_1 - \epsilon_2) + \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2}} \\ y &= \pm (1 + \epsilon_1) p \sqrt{\frac{(2 + \epsilon_2) n^2 \epsilon_2}{2(\epsilon_2 - \epsilon_1) + \epsilon_2^2 - \epsilon_1^2}} \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

したがって $\tan \theta$ は、

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{1 + \epsilon_1}{1 + \epsilon_2} \sqrt{\frac{(2 + \epsilon_2) \epsilon_2}{(2 + \epsilon_1) \epsilon_1}} \dots (10)$$

ここで $|\epsilon_1| \ll 1, |\epsilon_2| \ll 1$ と仮定すれば(10)式は

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \dots (11)$$

となる。図4は中心を通る明線の傾きと ϵ_1/ϵ_2 の関係

を示したものである。この節の最後に、しまの数と主ひずみとの関係⁴⁾を簡単に示しておく。 y 軸上の

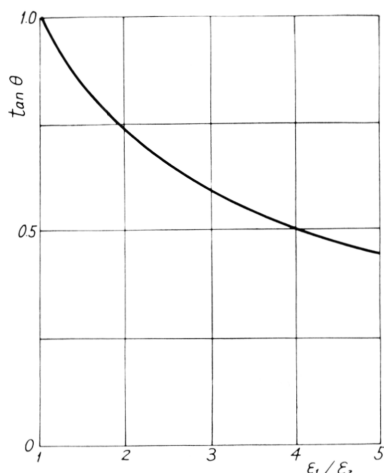


図4 中心を通る明線の傾きと ϵ_1/ϵ_2 の関係

y 座標までに $k_y p$ 本, x 軸の x 座標までに $k_x p$ 本の明線があるとする。但し, x 軸, y 軸はしま模様の対称軸と一致させるものとすれば, ϵ_x, ϵ_y のひずみによって, $k_x p, k_y p$ の変位を生じたのだから,

$$\epsilon_x L = \frac{k_x p}{x + k_x p}, \quad \epsilon_y L = \frac{k_y p}{y + k_y p} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\epsilon_x E = \frac{k_x p}{x}, \quad \epsilon_y E = \frac{k_y p}{y} \quad \dots\dots\dots(13)$$

で表わされる。(12)式はラグランジ表示, (13)式はオイラー表示で表わしてあるが $k_x p, k_y p$ は非常に小さいので, 測定において(13)式で求め, その値をラグランジ表示したものとしても大差ない。

4 実験方法

測定にあたって模型グリッドを何等かの方法で物体にプリントすることが必要である。すなわち本実験においては写真撮影の原板となる同心円グリッドは 2.5 line/mm の線密度を有する同心円を 23×28cm の透明フィルムに黒線で画いたものである。これをミニコピーフィルムに, 2.3×2.8cm の大きさに縮小撮影し, 微粒子現象を行なった後, 単にハイボ定着によってフィルム膜面を軟膜に仕上げ, 乾燥した後, 試験片に感光膜面を向けて瞬間接着剤 (CT-15) を用いてはり付ける。約 5~10 分間経過した後, その上に溶剤としてメチレンクロライドを滴下させ, さらに約 2 分間放置すれば, 写真フィルムのマイラーベースがぼろじゅんする。このようにするとフィルムは端の方から, はく離させてゆくことができ, 試料表面には非常にうす

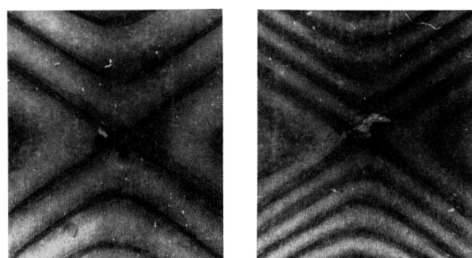
い感光膜だけが残る。この感光膜だけの場合は材料に 30% 前後の大きいひずみが生じて, このひずみに抵抗することなく感光膜は十分追いついていくことが確かめられた。

このような方法で, 引張試験片に同心円グリッドを接着し, 基準グリッドは同心円の中心に直径約 2 mm 程度の大きさに接着剤をぬり, 模型グリッドの中心と一致させて接着させ, しかる後に接着されていない部分に流動パラフィンをはさんだ。この流動パラフィンは二つの膜面が互によく接触し, しかも膜面はパラフィン薄層の粘性抵抗力を受けるのみで, 十分応え得る役目を与えるためのものである。

なお上述の引張試験片は十分大きなひずみまで, 破壊することなく実験できるように変性エポキシ樹脂を用いた。これは epoxy prepolymer と polysulfide prepolymer に硬化剤として diethylene triamin を配合したもので, epoxy と polysulfide の重量配合比は 80:20 とした⁵⁾。

5 実験結果

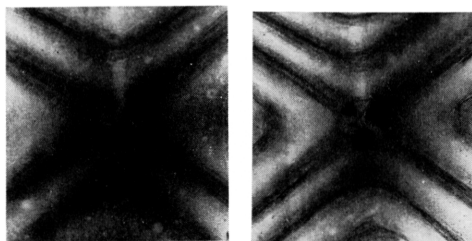
同心円グリッドを持つ試験片をてこと荷量を並用した引張試験機によって単軸引張を行なった時生じたモアレしまの数例を図 5 に示す。このしまはモアレ投影機



$W = 12.5 \text{ kg},$
 $\epsilon_1 = 9.1 \times 10^{-3},$
 $\epsilon_2 = -3.6 \times 10^{-3},$
 $m \approx 2.5$

$W = 17.5 \text{ kg},$
 $\epsilon_1 = 1.28 \times 10^{-2},$
 $\epsilon_2 = -5.1 \times 10^{-3},$
 $m \approx 2.5$

(a)



$W = 25 \text{ kg}, \epsilon_1 = 9.7 \times 10^{-3}$
 $\epsilon_2 = -4.7 \times 10^{-3}, m \approx 2.1$

$W = 31 \text{ kg}, \epsilon_1 = 1.2 \times 10^{-2}$
 $\epsilon_2 = -5.8 \times 10^{-3}, m \approx 2.1$

(b)

図5 試験結果

で拡大した像を写真撮影したものである。また図の(a)は写真フィルムのマイラーベースを引張った場合で、(b)は前記のエポキシ樹脂に同心円グリッドを転写して実測した場合である。この引張試験片に加えた荷重 W とそれぞれモアレしまに対応するひずみを図の下部に記入した。このひずみは試験片の軸方向（縦ひずみ）およびこれと直角の方向（横ひずみ）にそれぞれ2つの標線を入れ、これを読み取り顕微鏡で観測して求めたもので、この値から試験片のポアッソン数 m をも記入しておいた。この m の値からこの変性エポキシ樹脂はゴム状物質に近いことがうかがえる。このような試験結果と、図のようなモアレしま模様からひずみを求めて比較すると両者は10%以内の誤差をゆるせば一致する。なお図においては写真の都合上、白と黒が反転し、モアレしまの明線が黒線となっていることをこわしておく。

6 結 言

モアレ法によるひずみの測定に同心円グリッドを使用し、主ひずみの大きさと方向を同時に決定できる長所のあることを指摘し、同心円グリッドを使用したときのひずみとモアレしま模様の関係を計算によって

求めて作図した。実際試験片に画かれた模型グリッドと基準グリッドを用いて求めたモアレしま模様はひずみの実測結果とよく一致していることが認められた。実測は単軸引張の場合のみで終ったが、二軸の場合も上記の計算と一致することは間違いないものと思われる。本実験ではグリッドのピッチが比較的大きいため、ひずみの大きいゴム状物質が塑性変形の領域にしか使用できず、本方法を直ちに金属材料などに应用することはできない。しかし、ピッチを更に小さくする方法はある程度可能であるので、技術的には解決できるものと思われる。最後に実験に終始御協力いただいた本学卒業生藤田武久君、林庄司君その他の方々に感謝の意を表する次第である。

文 献

- 1) p. Dantu, Exper. Mech., 4-3 (1964), 68.
- 2) C. A. Sciammarella, B. E. Ross, Exper. Mech., 4-10 (1964), 289.
- 3) C. A. Sciammarella, D. Sturgeon, Exper. Mech., 6-5 (1966), 235.
- 4) V. J. Parks, A. J. Durelli, Exper. Mech., 4-2 (1964), 37.
- 5) 段野, 南部, 福井大工報, 14-1 (1966)1.
(昭和44年4月15日受理)